Seconde — Intervalles et fonctions

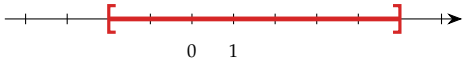
Fiche d'exercices du chapitre

I — Droite numérique, intervalles fermés

Exercice 1 : Représenter des intervalles fermés

1) Représenter sur une droite graduée :
$I = [1\,;4]$; $J = [-6\,;-3]$; $K = [-2\,;3]$; $L = \left[-\frac{1}{2}\,;\frac{5}{2}\right]$.

2) Écrire l'intervalle représenté ci-dessous.



3) Pour chaque nombre, dire s'il appartient à l'intervalle écrit à côté :
a) 4 et $[0\,;4]$; b) 9 et $[3\,;8{,}9]$; c) -3 et $[-4\,;-2]$; d) -50 et $[-49\,;-5]$.

Exercice 2 : Appartenance

Compléter par $\in$ ou $\notin$:

a) $2 \ldots [-3\,;7]$
b) $-4 \ldots [-3\,;5]$
c) $10^{-2} \ldots [0\,;1]$
d) $\pi \ldots [3{,}1\,;3{,}2]$
e) $-3 \ldots [-6\,;-3]$
f) $1{,}5 \ldots [1{,}6\,;2]$

Exercice 3 : Nombres dans un intervalle

1) Donner tous les entiers positifs ou nuls de l'intervalle $\left[-2\,;\frac{7}{2}\right]$.
2) Donner deux nombres décimaux de $[3{,}7\,;3{,}8]$, autres que les bornes.
3) Donner un intervalle fermé qui contient π et dont les bornes sont deux entiers qui se suivent.

II — Intervalles ouverts, inégalités

Exercice 4 : D'un intervalle à une inégalité

Écrire avec une inégalité le fait que x appartient à chaque intervalle. Dire si l'intervalle est ouvert, fermé ou semi-ouvert.

a) $[2\,;7]$
b) $]-1{,}5\,;+\infty[$
c) $]-4\,;0]$
d) $]-\infty\,;5[$
e) $[-3\,;8[$
f) $]0\,;1[$

Exercice 5 : D'une phrase à un intervalle

Chaque phrase décrit des nombres x. Écrire l'inégalité qui les décrit, puis l'intervalle, et le représenter sur une droite graduée.

1) Les nombres supérieurs ou égaux à -1.
2) Les nombres strictement compris entre -3 et 2.
3) Les nombres strictement inférieurs à 4.
4) Les nombres positifs ou nuls et strictement inférieurs à 6.

Exercice 6 : D'une inégalité à un intervalle

Écrire avec un intervalle, puis représenter sur une droite graduée :

a) $-4 \leqslant x \leqslant 2$
b) $x < 3$
c) $x > 5$
d) $2 < x < 3$
e) $x \geqslant 1{,}5$
f) $x \leqslant 10^{-2}$

Exercice 7 : Tableau à compléter

1) Écrire avec un intervalle :
a) $\frac{1}{4} \leqslant x < \frac{2}{3}$ b) $x > \pi$ c) $x < -1$
2) Compléter le tableau (représentation sur une droite graduée à main levée).

Inégalité(s)	Intervalle	Représentation
$-1 \leqslant x \leqslant 4$		
	$]1\,;5]$	
$-3 \leqslant x < 2$		
$0 < x < 3$		
$x > 2$		
$x \leqslant 1$		
	$[-2\,;6[$	

Exercice 8 : Bornes incluses ou exclues ?

Compléter par $\in$ ou $\notin$, en s'aidant des crochets.

a) $6 \ldots]-2\,;6]$
b) $-2 \ldots]-2\,;4[$
c) $10^{-2} \ldots]0\,;+\infty[$
d) $\pi \ldots]3{,}1\,;3{,}2[$
e) $-4 \ldots]-\infty\,;-4[$
f) $-1{,}5 \ldots [-1{,}5\,;1{,}5[$
g) $0 \ldots]-\infty\,;+\infty[$
h) $-1 \ldots]-1\,;3]$

III — Intersection, réunion, complémentaire

Exercice 9 : Premières intersections et réunions

Pour chaque couple d'intervalles I et J, déterminer $I \cap J$ et $I \cup J$ (on peut représenter I et J sur une même droite graduée).

a) $I = [-1{,}5\,;3[$ et $J =]0\,;6]$
b) $I =]-\infty\,;3[$ et $J = [1\,;+\infty[$

Exercice 10 : Attention aux bornes

Même consigne.

a) $I = [-2\,;+\infty[$ et $J =]-3\,;1]$
b) $I = [3\,;6{,}5[$ et $J =]1\,;3[$
c) $I =]-\infty\,;2]$ et $J =]-\infty\,;4[$
d) $I =]-\infty\,;5]$ et $J = [5\,;+\infty[$
e) $I = [-1\,;+\infty[$ et $J =]-\infty\,;-1[$

Exercice 11 : Plusieurs intervalles

1) Écrire avec un intervalle l'ensemble des nombres x tels que :
$I : -2 \leqslant x \leqslant 6$ $\quad$ $L : x \leqslant 6$
$J : -4 \leqslant x < -1$ $\quad$ $M : 2 < x$
2) On pose aussi $K =]1\,;10]$. Déterminer :
$I \cap J$; $\quad I \cup J$; $\quad J \cap K$; $\quad K \cup L$; $\quad I \cap L$; $\quad K \cup M$.

Exercice 12 : Complémentaire

Pour chaque ensemble, déterminer son complémentaire dans $\mathbb{R}$.

a) $A =]3\,;+\infty[$
b) $B =]-\infty\,;4]$
c) $C = [-2\,;+\infty[$
d) $D =]-\infty\,;6[$
e) $E = [1\,;2]$
f) $F =]-5\,;8[$

Exercice 13 : Inégalités et intervalles : « et », « ou »

Compléter le tableau : sur chaque ligne, un même ensemble de nombres x est décrit par des inégalités, puis par des intervalles. Deux conditions reliées par « et » donnent une intersection ($\cap$), reliées par « ou » une réunion ($\cup$). Écrire ensuite le résultat le plus simplement possible quand on le peut.

© Luc Destombe — CC BY-NC-SA 4.0

	Inégalités	Intervalles
a)	$-3 < x \leqslant -1$ ou $2 \leqslant x < 5$	
b)		$[-2\,;0] \cup [3\,;+\infty[$
c)	$x < -1$ ou $x > 4$	
d)		$]-\infty\,;-3] \cup]2\,;+\infty[$
e)	$x > -2$ et $x \leqslant 3$	
f)		$[1\,;+\infty[\cap]-\infty\,;5[$
g)	$x \geqslant -4$ et $x \geqslant 1$	
h)	$x < 0$ ou $x \leqslant 2$	
i)	$x < -1$ et $x > 3$	

IV — Image et antécédent

Exercice 14 : Calculer des images

On considère la fonction $f : x \longmapsto 2x - 3x^2$.

1) Calculer l'image par f de :
   a) 1 b) -2 c) $\frac{1}{2}$
2) Le nombre 2 est-il un antécédent de -8 par f ? Justifier.

Exercice 15 : Image et antécédent

On considère la fonction g définie par $g(x) = 4x - 5$.

1) Calculer l'image par g de :
   a) -3 b) 5 c) $\frac{3}{4}$
2) Le nombre $\frac{1}{2}$ est-il un antécédent de 3 par g ? Justifier.
3) Déterminer l'antécédent de 3 par g.

Exercice 16 : Calculer des antécédents

Pour chaque fonction f, calculer le ou les antécédents du nombre y.

a) $f(x) = x - 4,\ y = -2$
b) $f(x) = x^2,\ y = 36$
c) $f(x) = \frac{1}{x},\ y = 4$
d) $f(x) = x(x-3),\ y = 0$

Exercice 17 : Deux fonctions égales

On considère les fonctions f et g définies sur $\mathbb{R}$ par

$f(x) = (x+4)(3-x) + x^2 - 10$ et $g(x) = 2 - x$.

1) Calculer l'image de 2 par f, puis par g.
2) Choisir un nombre et calculer son image par f, puis par g.
3) Démontrer que tout nombre a la même image par f et par g.

V — Ensemble de définition

Exercice 18 : Un nombre sans image

Pour chaque fonction ci-dessous, un des nombres $-5\,;2\,;0\,;9$ n'a pas d'image. Lequel ?

$$f_1(x) = \frac{1}{x} \qquad f_2(x) = \frac{x+5}{x-2} \qquad f_3(x) = \sqrt{x}$$

Exercice 19 : Valeurs interdites

Pour chaque fonction f, déterminer la valeur interdite.

a) $f(x) = \frac{1}{x-6}$
b) $f(x) = \frac{2}{x+5}$
c) $f(x) = \frac{5}{3x}$
d) $f(x) = \frac{x+2}{2x-8}$
e) $f(x) = \frac{3}{2x+6}$
f) $f(x) = \frac{x-1}{4x-12}$

Exercice 20 : Racines carrées

Pour chaque fonction f, déterminer l'ensemble de définition, écrit avec un intervalle.

a) $f(x) = \sqrt{x}$
b) $f(x) = \sqrt{x-2}$
c) $f(x) = \sqrt{x+4}$
d) $f(x) = \sqrt{x-5}$
e) $f(x) = \sqrt{3x-9}$
f) $f(x) = \sqrt{2x+8}$

Exercice 21 : Pour s'entraîner

Pour chaque fonction f, donner l'ensemble de définition, écrit avec des intervalles.

a) $f(x) = 3x^2 - 2$
b) $f(x) = 5 - 2x$
c) $f(x) = \frac{3}{x-1} + x$
d) $f(x) = \frac{2x+3}{5x+15}$
e) $f(x) = \sqrt{4x-8} + 1$

VI — Tableau de valeurs

Exercice 22 : Lire un tableau

Voici un tableau de valeurs d'une fonction f :

x	-2	-1	0	1	2
$f(x)$	2	0	-3	-1	4

1) Quelle est l'image par f de :
   a) -1 b) 1 c) -2
2) Le nombre 2 est-il un antécédent de -1 par f ? Quel antécédent de -1 lit-on dans le tableau ?

Exercice 23 : Lire un tableau (suite)

Voici un tableau de valeurs d'une fonction g :

x	-3	-1	2	4	6
$g(x)$	4	-2	0	5	4

1) Quelle est l'image par g de :
   a) 4 b) 2 c) -1
2) Donner les antécédents lus dans le tableau de :
   a) 5 b) -2 c) 4

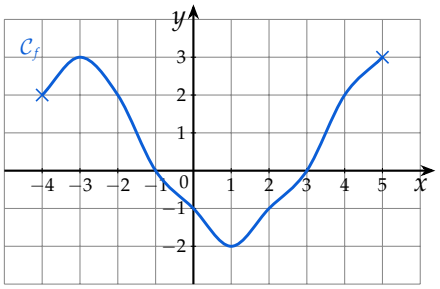
Exercice 24 : Construire un tableau

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 0{,}5(x-1)^2 - 2$.

1) Dresser le tableau de valeurs de f de -2 à 4 avec un pas de 1.
2) Donner, d'après le tableau, deux antécédents de 0 et deux antécédents de 2,5.
3) Tracer la courbe de f dans un repère.

VII — Courbe représentative

Exercice 25 : Lecture graphique



La courbe ci-dessus représente une fonction f. Lire :

a) l'ensemble de définition de f ;
b) l'image de 3 et l'image de -1 ;
c) $f(-2)$ et $f(-4)$;
d) les antécédents de 2, de 0, de -2 et de -3 ;
e) les nombres x tels que $f(x) = 3$.

Exercice 26 : Points et courbes

1) $\mathcal{C}_f$ est la courbe d'une fonction f. Traduire chaque égalité par une phrase « le point … appartient à $\mathcal{C}_f$ » :

a) $f(0) = -3$ b) $f(-4) = 0$ c) $f(2) = f(6) = 1$

2) Traduire par des égalités : a) $\mathcal{C}_f$ passe par le point $(3\,;-2)$; b) $\mathcal{C}_f$ coupe l'axe des ordonnées au point d'ordonnée 4 ; c) $\mathcal{C}_f$ coupe l'axe des abscisses aux points d'abscisses -1 et 5.

3) Pour chaque fonction f, dire si les points A, B et C sont sur sa courbe, puis donner les coordonnées de deux autres points de cette courbe.

a) $f(x) = x^2 - 3$: $A(-2\,;1)$, $B(3\,;5)$, $C(1{,}5\,;-0{,}75)$.

b) $f(x) = 3x + 1$: $A(-2\,;-5)$, $B(2\,;6)$, $C\left(\frac{1}{3}\,;2\right)$.

Exercice 27 : Trois antécédents

À l'aide de la courbe de la fonction f ci-contre, déterminer :

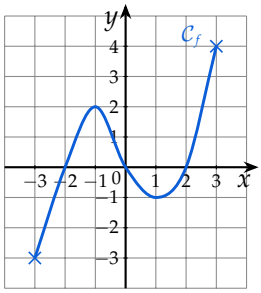
a) l'ensemble des nombres qui ont une image ;

b) l'image de 2 ;

c) les antécédents de -3 ;

d) un nombre qui a trois antécédents ;

e) un nombre qui n'a aucun antécédent.



Exercice 28 : Quelle courbe passe par ce point ?

On considère les fonctions définies sur $]0\,;+\infty[$ par :

$$f(x) = 10 - x \quad ; \qquad g(x) = \frac{24}{x} \quad ;$$

$$h(x) = -2x + 14 \quad ; \qquad k(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 5x - 4.$$

1) Parmi ces fonctions, lesquelles ont une courbe qui passe par le point $A(4\,;6)$?

2) Même question avec $B(6\,;4)$, puis avec $C(8\,;4)$.

VIII — Calculatrice

Exercice 29 : Antécédents à la calculatrice

1) Afficher le tableau de valeurs de la fonction f définie sur $[-2\,;6]$ par $f(x) = 0{,}5x^2 - 2x + 1$, de -2 à 6 avec un pas de 1, puis tracer sa courbe à l'écran avec des axes adaptés.

2) Avec `Calculer`, `Antécédent`, donner les antécédents de 2 par f arrondis à 0,1.

3) Le nombre 0 a-t-il un antécédent ? plusieurs ?

Exercice 30 : Tableau avec un pas de 0,5

Soit g la fonction définie sur $[-1\,;2]$ par $g(x) = -2x^2 + x + 3$.

1) Afficher le tableau de valeurs de g de -1 à 2 avec un pas de 0,5, et le recopier.

2) Tracer la courbe de g à l'écran, puis sur la copie.

3) Donner $g(0{,}25)$ et les antécédents de 2 et de 0.

Exercice 31 : Une fonction quotient

On considère la fonction f définie sur $[0\,;5]$ par

$$f(x) = \frac{2x-1}{(x+1)^2}.$$

1) Dresser le tableau de valeurs de f de 0 à 5 avec un pas de 0,5 (valeurs arrondies à 0,01).

2) Tracer la courbe de f à la calculatrice.

3) Quels sont les antécédents de 0,25 ?

4) Résoudre graphiquement $f(x) = 0$, puis $f(x) \geqslant 0{,}25$.

5) Tracer aussi la droite d'équation $y = x - 1$, puis résoudre graphiquement $\dfrac{2x-1}{(x+1)^2} = x - 1$ (valeurs arrondies à 0,01).

Exercice 32 : Intersections de courbes

1) Tracer à l'écran les courbes des fonctions f et g définies sur $[-2\,;3]$ par $f(x) = x^3 - 2x^2$ et $g(x) = x - 2$, puis résoudre graphiquement $x^3 - 2x^2 \leqslant x - 2$.

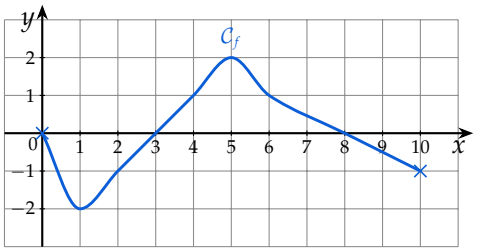
2) Trouver les coordonnées du ou des points communs aux courbes d'équations $y = 3x^2 + x + 5$ et $y = 3x^2 - 2x + 8$. Confirmer par le calcul.

3) Même question avec $y = \dfrac{1}{x}$ et $y = \dfrac{1+2x}{x}$.

IX — Résolution graphique

Exercice 33 : Équations

Ci-dessous, la courbe d'une fonction f définie sur $[0\,;10]$.



1) Résoudre graphiquement :

a) $f(x) = 2$ b) $f(x) = 1$ c) $f(x) = 0$

d) $f(x) = -2$ e) $f(x) = 3$

2) Combien de solutions l'équation $f(x) = -1$ a-t-elle ?

Exercice 34 : Inéquations

La courbe de f est celle de l'exercice précédent. Résoudre graphiquement :

a) $f(x) > -2$

b) $f(x) < 1$

c) $f(x) \leqslant 2$

d) $f(x) \geqslant 1$

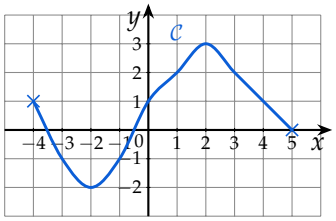
Exercice 35 : Équation et inéquations

$\mathcal{C}$ est la courbe d'une fonction f définie sur $[-4\,;5]$.

a) Résoudre graphiquement $f(x) = 1$.

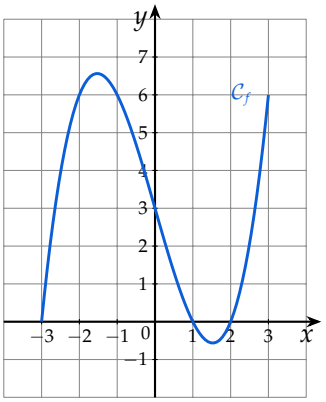
b) Résoudre graphiquement $f(x) \leqslant 1$.

c) Résoudre graphiquement $f(x) < -1$.



Exercice 36 : Avec la formule

Soit f la fonction définie sur $[-3\,;3]$ par $f(x) = \frac{x^3-7x+6}{2}$, représentée ci-dessous.

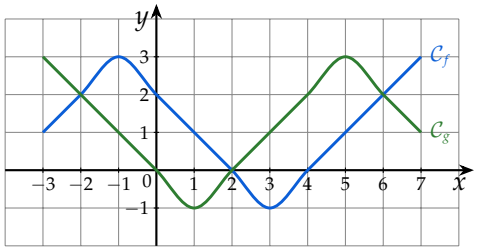


1) Dresser à la calculatrice le tableau de valeurs de f de -3 à 3 avec un pas de 1.
2) Lire l'image de 0, puis résoudre graphiquement $f(x) = 6$.
3) Vérifier que $x^3 - 7x - 6 = (x+1)(x+2)(x-3)$ et en déduire les solutions exactes de $f(x) = 6$.
4) Résoudre graphiquement $f(x) \geqslant 6$, puis $f(x) < 0$.
5) Combien de solutions ont les équations $f(x) = 0$; $f(x) = 4$; $f(x) = -1$?

X — Comparer deux fonctions

Exercice 37 : Deux courbes

Les courbes ci-dessous représentent deux fonctions f et g définies sur $[-3\,;7]$.

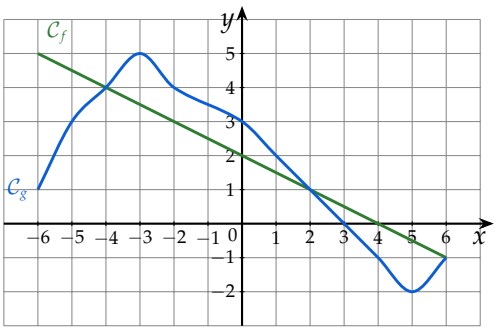


Résoudre graphiquement :

a) l'équation $f(x) = g(x)$;
b) l'inéquation $f(x) > g(x)$;
c) l'inéquation $f(x) \leqslant g(x)$.

Exercice 38 : Une droite et une courbe

$\mathcal{C}_f$ (droite) et $\mathcal{C}_g$ représentent deux fonctions f et g définies sur $[-6\,;6]$.



Résoudre graphiquement :

a) $f(x) \leqslant 2$
b) $g(x) < 0$
c) $g(x) \geqslant 4$
d) $f(x) = g(x)$
e) $f(x) < g(x)$

Exercice 39 : Graphique et calcul

On considère les fonctions f et g définies sur $[-2\,;3]$ par $f(x) = x^2 - 2$ et $g(x) = x$.

1) Dresser les tableaux de valeurs de f et de g de -2 à 3 avec un pas de 1.
2) Tracer les deux courbes dans un même repère.
3) Résoudre graphiquement $f(x) = g(x)$, puis $f(x) < g(x)$.
4) Vérifier que $x^2 - 2 - x = (x+1)(x-2)$, et retrouver ainsi les solutions de $f(x) = g(x)$.
5) Le point $P(1{,}5\,;0{,}25)$ est-il sur la courbe de f ? sur celle de g ?